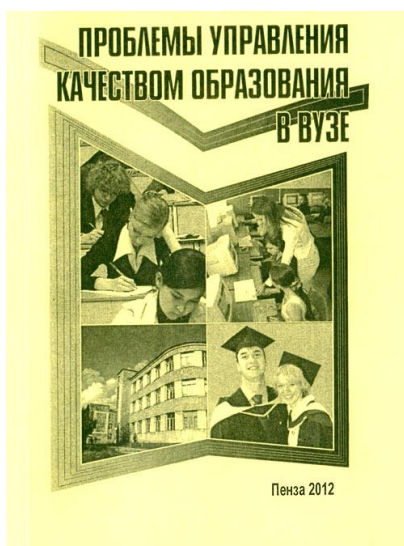




Проблемы управления качеством образования

VII Всероссийская научно-практическая
конференция, Пенза, 2012

ISBN 978-5-94338-577-3



А. В. Творогов

«КОМПЬЮТЕР НА ПАЛЬЦАХ» В ИГРОВЫМ МЕТОДЕ ИЗУЧЕНИЯ ТАБЛИЦЫ УМНОЖЕНИЯ

Ссылка:

Творогов А. В. «Компьютер на пальцах» в игровом методе изучения таблицы умножения // Проблемы управления качеством образования: сборник статей VII Всероссийской научно-практической конференции / МНИЦ ПГСХА. – Пенза: ПГСХА, 2012 г. – с. 72–79.

«КОМПЬЮТЕР НА ПАЛЬЦАХ» В ИГРОВОМ МЕТОДЕ ИЗУЧЕНИЯ ТАБЛИЦЫ УМНОЖЕНИЯ

А. В. Творогов

*МГТУ радиотехники, электроники и автоматики МИРЭА,
г. Москва*

«Компьютер на пальцах» – это разговорное выражение, обозначающее набор приёмов для указания результатов умножения с помощью манипуляций руками. Результат $7 \times 8 = 56$ нужно отмечать двумя цифрами 5 и 6, значит, нужны *правила для десятков и правила для единиц.*

В редких случаях, как при умножении на 9, удастся показать пальцами две цифры одновременно. Пронумеруем пальцы слева направо. Глядя на ладони, загните палец с номером A . Для произведения $9 \times A$ *десятки D представлены количеством пальцев слева от отмеченного, а справа увидим число пальцев, равное числу единиц E .* Здесь применёна известная формула $9 \times A = [(A-1); A^*]$, где дополнение $A^* = (10-A)$.

Решим 7×8 . Пронумеруем пальцы на левой и правой руке цифрами {6, 7, 8, 9, 10}. Покажем множитель 7 на левой руке, а 8 – на правой руке. Пальцы слева, включая отмеченные, дают число десятков $D = (7-5) + (8-5) = 5$. Произведение количества пальцев, справа от отмеченных, а именно, произведение дополнений $3 = 10-7$ и $2 = 10-8$, даёт единицы $E(7 \times 8) = 3 \times 2 = 6$. Окончательный числовой ответ возникает после несложных подсчётов цифры десятков и единиц

$$7 \times 8 = [((7-5) + (8-5)); (10-7) \times (10-8)] = [(2+3); (3 \times 2)] = 56.$$

Здесь использована общая формула, позволяющая свести задачу с множителями более пяти (со «старшими множителями») к задаче с множителями менее пяти («с младшими множителями»):

$$A \times B = [D; E] = [(A+B-10); A^* \times B^*], \text{ где } A^* = 10-A; B^* = 10-B.$$

Если некоторые примеры таблицы умножения не удаётся решить сокращёнными правилами, их приходится заучивать в виде фраз типа «Дважды два – четыре».

Наглядная арифметика [1] расширяет спектр геометрических образов, которые можно применить в счёте. Кроме числового ряда, изображенного пальцами рук, в наглядной арифметике используется *T-матрица*, известная нам по виду клавиатуры мобильного телефона размерами 3×3 . Введём некоторые математические понятия, которые понятны детям младшего школьного возраста, озадаченным необходимостью выучить таблицу умножения.

Матрица – это таблица из чисел. Телефонную T-матрицу создают структурные правила для строки – *число справа на единицу больше*, и правило для столбца – *число снизу на три больше*. Числа 0 и 10 находятся вне границ T-матрицы. Представим себе, что мы стоим в центре квадратной «цифровой комнаты», на стенах и в углах которой развешаны цифры, как на T-матрице. В центре на полу лежит картонка с числом 5. *Линия нашего зрения* направлена по лучу $5 \rightarrow 2$. Левее видим число 1, правее – число 3. Слева от нас находится 4, справа – цифра 6. Слева позади нас расположено число 7, справа позади – 9, непосредственно за нашей спиной – цифра 8. «Сцену действий» можно ограничить обычным листом с рисунком T-матрицы.

Нечётные цифры на T-матрице образуют *косой нечётный крест* $C_{\times} = \{1; 3; 7; 9\}$, состоящий из планок $\{1; 9\}$ и $\{3; 7\}$. Чётные цифры составляют *прямой чётный крест* $C_{+} = \{2; 4; 6; 8\}$, состоящий из планок $\{2; 8\}$ и $\{4; 6\}$.

Правило единиц. Наглядная арифметика предлагает для умножения замечательные правила единиц. Обозначим буквой R *оператор*, выполняющий поворот радиального луча на прямой угол по часовой стрелке. Слово «*оператор*» можно заменить словом «*действие*». Символ R^{-1} – это поворот против часовой стрелки. (Вместо индекса можно рисовать над буквой R стрелочку с направлением поворота). Теперь правила единиц можно записать

$$E(1 \times A) = A; \quad E(3 \times A) = R(A); \quad E(7 \times A) = R^{-1}(A); \quad E(9 \times A) = R^2(A).$$

Предположим, мы стоим в центре Т-матрицы. Тогда цифра *единиц E* произведения $3 \times A$ находится справа от луча, направленного на цифру *A*. Цифра *единиц E* произведения $7 \times A$ находится слева от луча, направленного на цифру *A*. Цифра *единиц E* произведения $9 \times A$ находится симметрично на противоположном луче для цифры *A*.

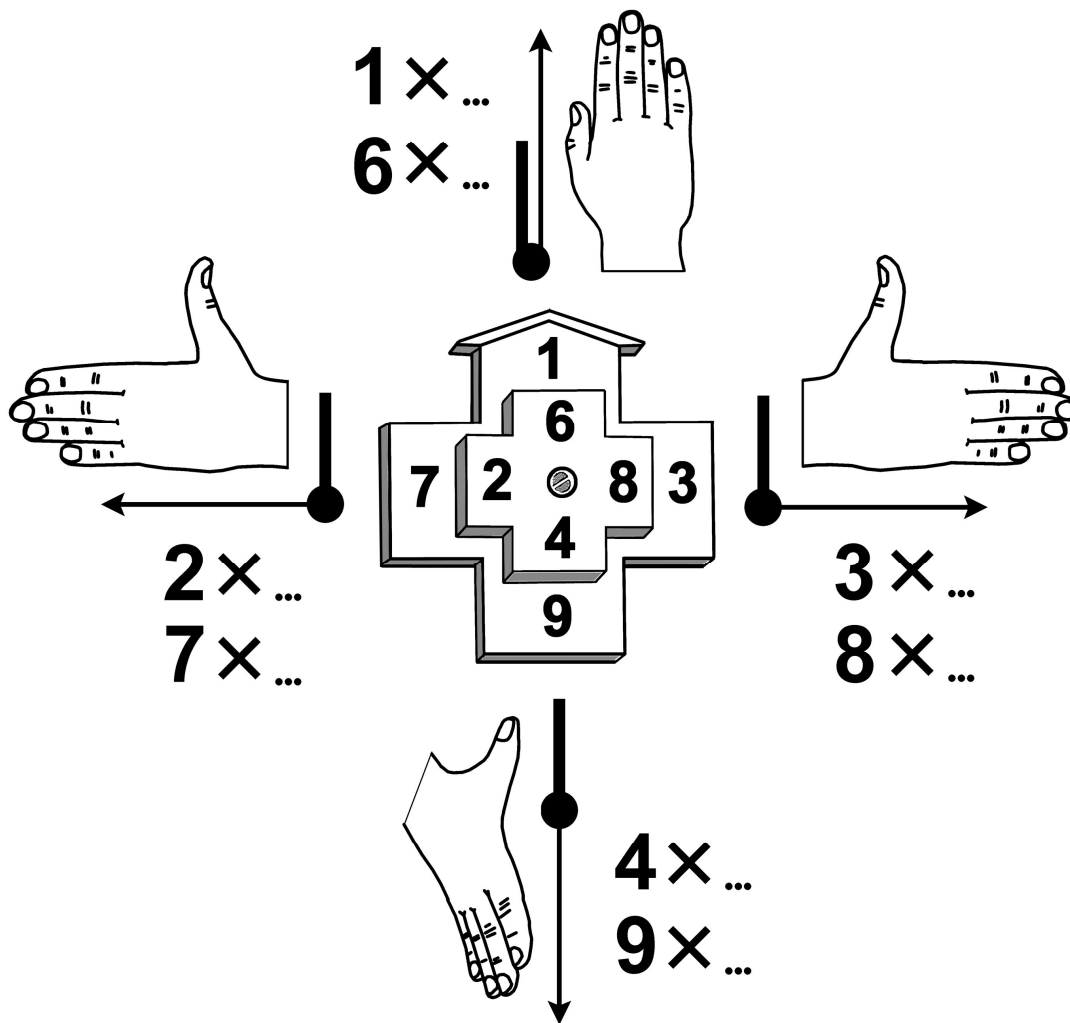


Рис. 1. Правила умножения для единиц, показанные пальцами

Изобразим правило умножения на 3 пальцами *правой* руки в виде уголка. Большой палец отставим в сторону от остальных плотно сжатых пальцев, показав прямой угол. Положим ладонь на центр Т-матрицы, направив большой

палец руки по радиальному лучу множителя A . Тогда указательный палец (и остальные соединённые с ним пальцы) покажут цифру единиц E произведения $3 \times A$. Поворачивая ладонь вокруг центра, как на оси, увидим, как работает наш «компьютер на пальцах» для умножения на 3 (рис.1). Правило умножения $3 \times A$ на Т-матрице (и правило для $E(8 \times A)$ на кресте C_+) показывает правая рука, с отставленным в сторону большим пальцем, поэтому называется *правилом «правой руки»*. Умножение на 7 представляет собой *правило «левой руки»*. Правило умножения на 9 можно назвать *правилами симметричного отражения* относительно центра.

Правила единиц на Т-матрице для чётных множителей нужно показывать на чётном кресте $A \in C_+$. Пусть A – чётно, тогда

$$E(6 \times A) = A; \quad E(8 \times A) = R(A); \quad E(2 \times A) = R^{-1}(A); \quad E(4 \times A) = R^2(A).$$

Цифра единиц E произведения $8 \times A$ находится справа от луча, направленного на чётную цифру A . Цифра единиц E произведения $2 \times A$ находится слева от луча, направленного на чётную цифру A . Цифра единиц E произведения $4 \times A$ находится симметрично на противоположном луче для чётной цифры A .

Объединим примеры умножения на фиксированный множитель A , назовём это множество *A-листом умножения*. Известно, что последовательность единиц произведений $E(A \times 1)$, $E(A \times 2)$, ..., $E(A \times 9)$ создаёт на Т-матрице фигуру, называемую молнией с номером A (рис.2 и 3). Начало A -молнии совпадает с цифрой A .

Отметим, что при повороте на прямые углы фигуры нечётных молний с номерами 1, 3, 9 и 7 переходят друг в друга. То же относится и к группе чётных молний с номерами 2, 6, 8 и 4.

Правило десятков. Обратимся к правилам для указания величины десятков. Стрелочка между двумя цифрами $(A \rightarrow B)$ имеет инверсию, если $A > B$. Инверсия означает, что величина A уменьшается при переходе по стрелочке.

В наглядной арифметике доказывается (и это легко проверить для конкретных величин множителей), что число десятков D произведения $A \times B$ равно числу инверсий на A -молнии от её начала до узла с номером B . Потому каждый шаг к следующему узлу молнии увеличивает число десятков на 1, если на этом указателе молнии есть инверсия.

Напишем примеры умножения $A \times B = [D; E]$ на карточках. Поместим каждую карточку в ячейку Т-матрицы с цифрой E . Ступенчатой моделью листа умножения называется геометрическая схема, в которой ячейки Т-матрицы приподняты над основной плоскостью на D этажей (рис.2 и 3). Так, модель 3-го листа умножения представляет собой лестницу, у которой широкие ступеньки совпадают со столбцами Т-матрицы.

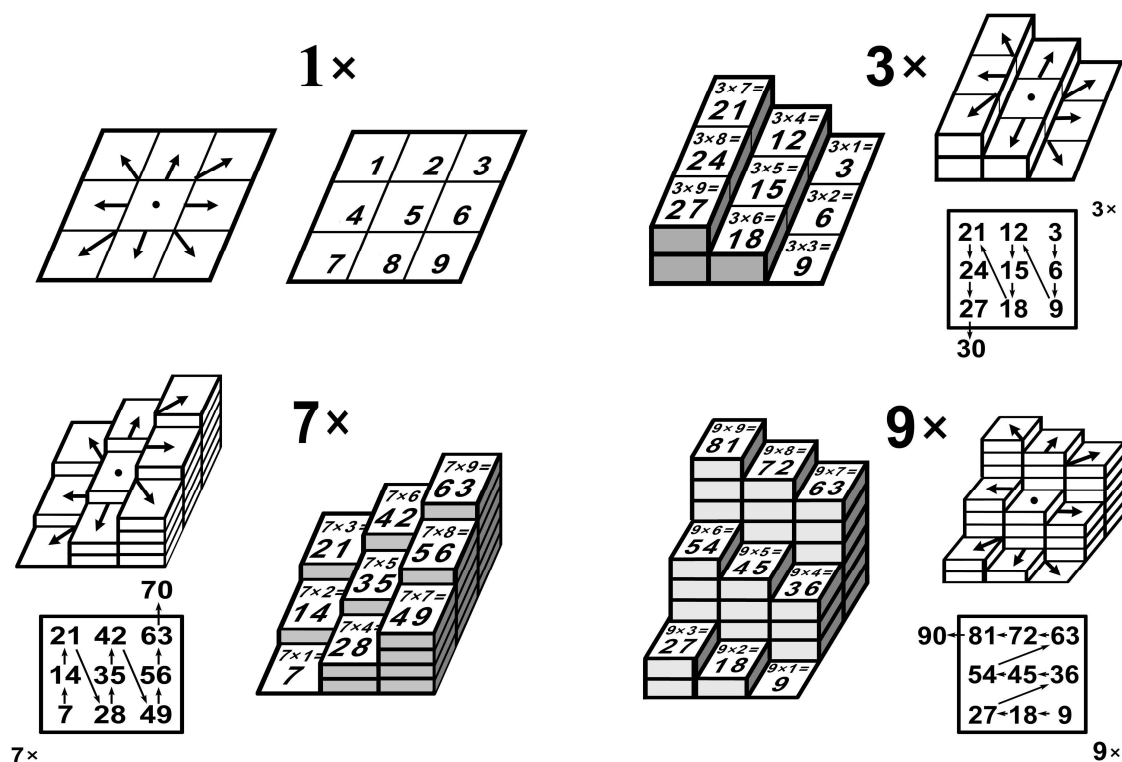


Рис. 2. Ступенчатые модели нечётных листов умножения

Чтобы указать числовые результаты на ступенчатой модели, нужно двигаться по A -молнии, читая в её узлах на Т-матрице цифры единиц E . Величина десятков D равна числу этажей над основной плоскостью (или над

базовым этажом). Ячейки, находящиеся на одинаковой высоте, образуют *области с одинаковыми десятками* $D(A \times B)$.

Покажем ладонью результаты умножения на 3, направляя сжатые вместе пальцы от центра Т-матрицы к цифре единиц Е. Мы, как бы, кладём ладонь на поверхность ступенчатой модели на нужном этаже: $(3 \times 1 = 3)$, цифра 3 впереди справа; $(3 \times 2 = 6)$, цифра 6 справа; $(3 \times 3 = 9)$, 9 (справа позади). Числа 3, 6, 9 находятся на нулевом уровне высоты (на поверхности стола).

Приподняты на один этаж цифры среднего столбца 2 (впереди) $(3 \times 4 = 12)$, 5 (центр) $(3 \times 5 = 15)$, 8 (позади) $(3 \times 6 = 18)$. Продолжим движение по 3-ей молнии. Слева впереди видим цифру 1, которая расположена на втором этаже $(3 \times 7 = 21)$, как и цифры 4 (слева) $(3 \times 8 = 24)$ и 7 (позади слева) $(3 \times 9 = 27)$.

Решим примеры $3 \times A = [D; E]$, перемещая фишку на Т-матрице.

Шаг 1. Отмечаем фишкой число А и радиальный луч А.

Шаг 2. Поворачиваем радиальный луч вместе с фишкой *по часовой стрелке* на прямой угол. (Это правило единиц умножения на 3). Рядом с фишкой читаем на Т-матрице цифру единиц Е.

Шаг 3. Вспоминая вид 3-ей ступенчатой модели, по столбцу с цифрой Е определяем цифру десятков D.

Мы можем показывать цифры единиц Е *отставленной в сторону рукой*, поднимая или опуская её на высоту этажа десятков D. Три уровня руки – на уровне пояса ($D=0$), у груди ($D=1$) и головы ($D=2$) достаточны, чтобы показать младшие результаты таблицы умножения. Рука показывает направление на цифру единиц Е на Т-матрице, и, одновременно и, подсказывает цифру десятков D, как высоту над базовым этажом. Для старших множителей можно использовать еще один уровень ступенчатой модели «выше головы» ($D=3$).

Число $E=5$ будем показывать, сжав пальцы в кулак, символизирующий центр, у которого нет лучей. Нуль – это некоторая точка вне Т-матрицы.

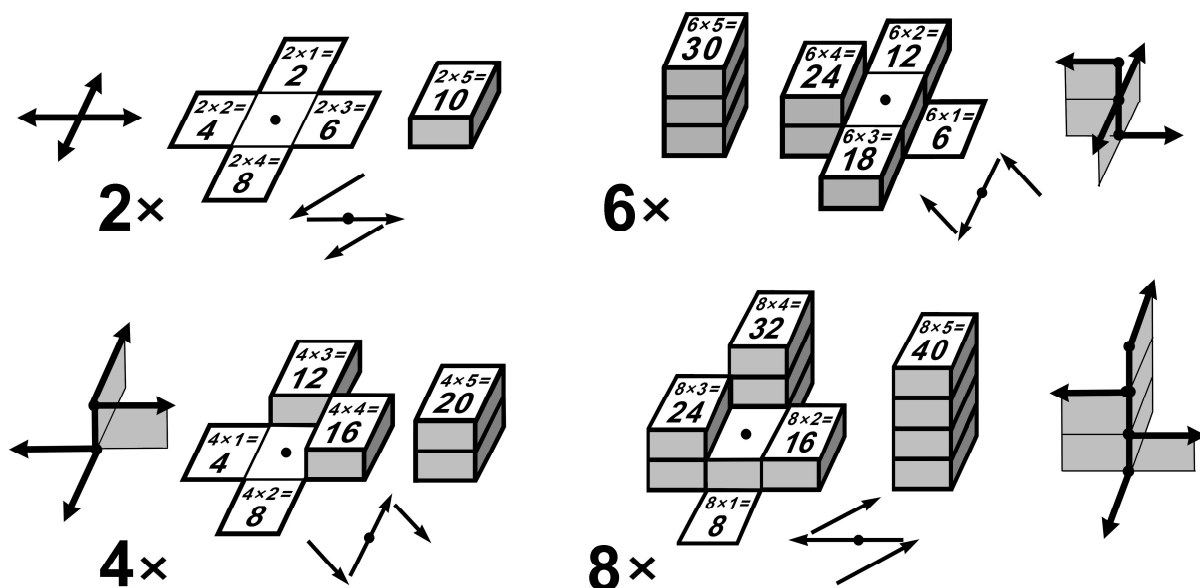


Рис. 3. Ступенчатые модели чётных листов умножения

Чтобы не загромождать чертеж, на чётных А-листах показаны только первые результаты умножения $\{A \times 1, A \times 2, A \times 3, A \times 4\}$. Старшие множители дублируют эти картинки ступенчатых моделей. Единицы $\{A \times 6, A \times 7, A \times 8, A \times 9\}$ мы показываем рукой так, будто стоим в центре Т-матрицы. Десятки D определяются высотой руки (пояс $D=0$, грудь $D=1$, голова $D=2$, выше головы $D=3$), и эту величину D увеличиваем для старших множителей на $A/2$.

Изучая цифровые правила наглядной арифметики, нужно иметь перед глазами плакаты с геометрическими схемами. Формы ступенчатых моделей легко запоминаются. Точка на ступенчатой модели определяет числовой результат. Геометрические особенности ступенчатой модели подсказывают нам десятичные цифры D и E. Вспоминая результат $A \times B$, сначала воспроизводим в памяти результат в ближайшей базовой точке (например, $A \times 1 = A$; $A \times 5 = [D; E]$; $A \times 9 = [(A-1); A^*]$). Затем переходим от базового решения до требуемой точки на ступенчатой модели.

Ступенчатые модели и «компьютер на пальцах» полезны для запоминания примеров таблицы умножения, то есть, являются *мнемоническими средствами*. Кроме того, визуальное запоминание способствует повышению

скорости счёта в уме. Визуальный образ ступенчатой модели извлекается из зрительной памяти мгновенно (за время около 0,1 сек.). Словесное сопровождение решения фразами (типа «семью восемь равно пятьдесят шесть») уже не требуется, что существенно ускоряет вычисления в уме. Цифры результата считываются человеком с визуальной схемы, ясно представляемой в характерных элементах визуального образа.

Литература

1. В.Б. Творогов. Наглядная арифметика и технология быстрого счета. Кн.1: Основы. М.: Издательский дом «ЛИБРОКОМ», 2011.– 208 с.